

کلید سوالات امتحان هماهنگ درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۲/۰۶
نام و نام خانوادگی:	ساعت آزمون:	تعداد صفحات: ۴ صفحه	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	سوال	بارم
------	------	------

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱	الف) اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه و r یک عدد حقیقی مخالف صفر باشد و $rA = rB$ ، آن گاه داریم: $A = B$. درست (۰/۲۵) ب) برای دو ماتریس $A_{3 \times 5}$ و $B_{5 \times 5}$ ، ماتریس $A \times B$ قابل تعریف است. نادرست (۰/۲۵) پ) اگر A یک ماتریس 3×3 و $ A = 2$ باشد؛ آن گاه $ 2A = 16$ است. درست (۰/۲۵)	۰/۷۵
---	--	------

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۲	الف) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (l) عمود نباشد و با مولد d نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی، یک بیضی... خواهد بود. (۰/۲۵) ب) هر گاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می شود که آن را یک سطح... استوانه ای... می نامیم. (۰/۲۵) پ) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در... بیرون... بیضی است. (۰/۲۵) ت) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک... ویژگی مشترک... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را دارد، عضو این مجموعه باشد. (۰/۲۵)	۱
---	---	---

به سوالات زیر، پاسخ کامل دهید.

۳	در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که در آن $a_{ij} = i^2 - j$ می باشد، مجموع درایه های روی قطر فرعی ماتریس A را بدست آورید. $a_{13} = 1^2 - 3 = -2$ (۰/۵) $a_{22} = 2^2 - 2 = 2$ (۰/۵) $a_{31} = 3^2 - 1 = 8$ (۰/۵) مجموع درایه های روی قطر فرعی: $-2 + 2 + 8 = 8$ (۰/۵)	۲
۴	با فرض $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A^{100} را محاسبه کنید. $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (۰/۵) $A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$ (۰/۵) $A^{100} = (A^3)^{33} \times A = \underbrace{(-I)^{33}}_{(۰/۲۵)} \times A = \underbrace{-IA}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{-A}_{(۰/۲۵)} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵)	۲

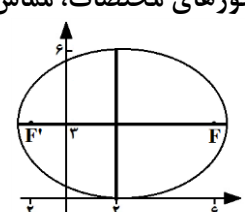
کلید سوالات امتحان هماهنگ درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۲/۰۶
نام و نام خانوادگی:	ساعت آزمون:	تعداد صفحات: ۴ صفحه	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	سوال	بارم
------	------	------

۵	ثابت کنید: «وارون هر ماتریس مربعی، در صورت وجود یکتاست.» فرض می کنیم ماتریس های B و C هر دو وارون A باشند $(0/25)$ و ثابت می کنیم: $B = C$ $(0/25)$. $AB = BA = I$ $(0/25)$ طبق فرض $AC = CA = I$ $(0/25)$ طبق فرض $B = IB = (CA)B = C(AB) = CI = C$ $(0/5)$	۱/۵
۶	در دستگاه $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ معکوس ماتریس ضرایب به صورت $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ است. حاصل $x + y$ را بدست آورید. $X = A^{-1}B$ $(0/5) \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ $(0/5) \Rightarrow x + y = 4$ $(0/25)$	۱/۲۵
۷	به ازای چه مقادیری از k دستگاه $\begin{cases} kx + 3y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ یک دسته جواب منحصر به فرد دارد؟ $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{k}{1} \neq \frac{-3}{2} \Rightarrow k \neq -\frac{3}{2}$ $(0/25)$	۰/۵
۸	نقاط A و B در یک صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطه C به فاصله ۲ سانتی متر باشد. (در مورد تعداد جواب های ممکن بحث کنید). مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB $(0/25)$ و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۲ سانتی متر باشند، دایره ای به مرکز نقطه C و شعاع ۲ سانتی متر است. $(0/25)$ <u>فصل مشترک</u> دو مکان هندسی مورد نظر، جواب مسأله است: $(0/25)$ الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ سانتی متر را قطع کند، مسأله دو جواب دارد. $(0/25)$ ب) اگر عمود منصف پاره خط AB بر دایره به مرکز C و شعاع ۲ سانتی متر مماس باشد، مسأله یک جواب دارد. $(0/25)$ پ) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ سانتی متر را قطع نکند، مسأله فاقد جواب است. $(0/25)$	۱/۵
۹	وضعیت نقطه $A(1, -2)$ نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ را تعیین کنید. $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \Rightarrow O(1, -1)$, $r = \sqrt{2}$ $(0/5)$ $OA = 1$ $(0/25) \Rightarrow OA < r \Rightarrow$ $(0/25)$ نقطه داخل دایره قرار دارد.	۱
۱۰	نشان دهید: «اندازه قطر بزرگ بیضی برابر $2a$ است.» (راهنمایی: ابتدا نشان دهید: $FA = F'A'$ و پس از آن نتیجه بگیرید: $OA = OA' = a$). ۱) نشان می دهیم: $FA = F'A'$. $FA + AF' = l = A'F' + A'F$ $(0/5) \Rightarrow AF + AF + FF' = A'F' + A'F + FF'$ $(0/25)$	۲

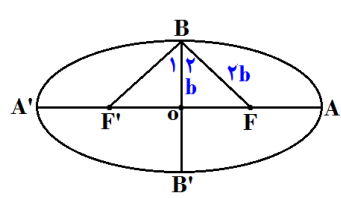
کلید سوالات امتحان هماهنگ درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۲/۰۶
نام و نام خانوادگی:	ساعت آزمون:	تعداد صفحات: ۴ صفحه	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	سوال	بارم
------	------	------

	$\Rightarrow 2AF = 2A'F' \Rightarrow AF = A'F' \text{ (۰/۲۵)}$ (۲) نشان می دهیم: $OA = OA' = a$. $\begin{cases} AF = A'F' \\ OF = OF' \end{cases} \text{ (۰/۵)} \xrightarrow{+} AF + OF = A'F' + OF' \Rightarrow OA = OA' = a \text{ (۰/۲۵)}$ پس: $AA' = OA + OA' = a + a = 2a \text{ (۰/۲۵)}$.	
۱۱	معادله دایره ای را بنویسید که مرکزش روی خط $x + y = 3$ بوده و از نقاط $A(0,1)$ و $B(2,0)$ بگذرد. $y = 3 - x \Rightarrow O(\alpha, 3 - \alpha) \text{ (۰/۲۵)}$ $r = OA = OB \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (3 - \alpha - 1)^2} = \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (3 - \alpha - 0)^2} \text{ (۰/۵)}$ $\Rightarrow \alpha^2 + (2 - \alpha)^2 = (\alpha - 2)^2 + (3 - \alpha)^2 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2} \text{ (۰/۲۵)}$ $O\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ (۰/۲۵)} \quad r = OA = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(2 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \text{ (۰/۲۵)}$ $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \text{ (۰/۲۵)}$	۲
۱۲	اگر معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2m - 1 = 0$ معادله یک دایره باشد، حدود m را بیابید. $a^2 + b^2 > 4c \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow 4 + 16 > 4m - 4 \Rightarrow 24 > 4m \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow m < 3 \text{ (۰/۲۵)}$	۰/۲۵
۱۳	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(2, -2)$ بوده و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$ مماس خارج باشد. $O(2, -2) \quad O'(-1, 2) \text{ (۰/۲۵)} \quad r' = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 16} = 3 \text{ (۰/۲۵)}$ $d = \sqrt{(2+1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ (۰/۲۵)}$ $d = r + r' \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow 5 = 3 + r' \Rightarrow r' = 2 \text{ (۰/۲۵)}$ $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4 \text{ (۰/۵)}$	۱/۲۵
۱۴	هر شعاع نوری که از نقطه $(-2, 3)$ به یک بیضی بتابد، بازتاب آن از نقطه $(6, 3)$ می گذرد. این بیضی بر یکی از محورهای مختصات، مماس است. خروج از مرکز این بیضی را بیابید. $2c = 8 \Rightarrow c = 4 \text{ (۰/۲۵)} \quad b = 3 \text{ (۰/۲۵)}$ $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow a = 5 \text{ (۰/۲۵)}$ $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \text{ (۰/۲۵)}$ 	۱

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۲/۰۶	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم	کلید سؤالات امتحان هماهنگ درس: هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه	تعداد صفحات: ۴ صفحه	ساعت آزمون:	نام و نام خانوادگی:

ردیف	سوال	بارم
------	------	------

۱	در بیضی مقابل، طول قطر بزرگ، دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه $\angle FBF'$ چند درجه است؟ $2a = 2(2b) \Rightarrow a = 2b \quad (0/25)$ $\cos \hat{B}_r = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{2b} = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \hat{B}_r = 60^\circ \quad (0/5)$ $\angle FBF' = 2 \times 60^\circ = 120^\circ \quad (0/25)$ 	۱۵
امضا	نمره کسب شده به عدد: _____ نام و نام خانوادگی مصحح: _____ به حروف: _____ تاریخ: _____	
	موفق باشید	